

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра высшей математики

Одобрено на заседании Ученого
совета ИАТЭ НИЯУ МИФИ, про-
токол №25.8 от 25.08.2025

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

название дисциплины

для студентов направления подготовки

22.03.01 Материаловедение и технологии материалов

код и название направления подготовки

образовательная программа

Материалы фотоники

Форма обучения: очная

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) является обязательным приложением к рабочей программе дисциплины «Математический анализ» и обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Математический анализ» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- контроль и оценка степени освоения компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данной дисциплины.

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

1.1. В результате освоения ОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	Наименование компетенции	Перечень результатов обучения по дисциплине	планируемых по
ОПК-1	Способен решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, общетехнические и естественнонаучные знания	З-ОПК-1 знать фундаментальные законы природы и основные физические и математические законы У-ОПК-1 уметь применять физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера; В-ОПК-1 владеть навыками моделирования, математического анализа, а также решать задачи в области естественнонаучных и общетехнических знаний.	
УКЕ-1	Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	З-УКЕ-1 знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами	

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный этап** – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;

- **основной этап** – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;

- **завершающий этап** – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см. РПД).

1.3. Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Индикатор достижения компетенции	Наименование оценочного средства текущей и промежуточной аттестации
Текущая аттестация, 1 семестр			
1	Вещественные и комплексные числа. Пределы числовых последовательностей		
1.1	Вещественные числа.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР1/1
1.2	Комплексные числа.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР1/1
1.3	Пределы числовых последовательностей.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР1/1, ИДЗ «Пределы»
2	Пределы функций. Непрерывные функции		
2.1	Пределы функций. Непрерывность функции в точке. Разрывные функции.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР1/1, ИДЗ «Пределы»
2.2	2.2. Теоремы о непрерывных функциях.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР1/1, ИДЗ «Пределы»
3	Дифференциальное исчисление		
3.1	Производная и дифференциал функции.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР2/1, ИДЗ «Дифференцирование»
3.2	Основные теоремы дифференциального исчисления.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР2/1, ИДЗ «Дифференцирование»
3.3	Применение дифференциального исчисления.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР2/1, ИДЗ «Графики»
4	Неопределенный интеграл		
4.1	Первообразная функции. Неопределённый интеграл.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР 1/2, ИДЗ «Интегралы»
4.2	Интегрирование рациональных функций.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР 1/2, ИДЗ «Интегралы»
4.3	Интегрирование некоторых тригонометрических выражений.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР 1/2, ИДЗ «Интегралы»
4.4	Интегрирование некоторых иррациональных выражений.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР 1/2, ИДЗ «Интегралы»
Промежуточная аттестация, 1 семестр			
	Экзамен	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	Экзаменационный билет
Текущая аттестация, 2 семестр			
5	Определенные интегралы и их приложения		
5.1	Определённый интеграл Римана.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР 1/2, ИДЗ «Интегралы»

5.2	5.2. Приложения определенных интегралов.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР 1/2, ИДЗ «Интегралы»
5.3	5.3. Несобственные интегралы.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР 1/2, ИДЗ «Интегралы»
6	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных		
6.1	Предел и непрерывность функций нескольких переменных.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР 2/2, ИДЗ «Функции многих переменных»
6.2	Частные производные, дифференцируемые функции нескольких переменных. Дифференциал первого порядка.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР 2/2, ИДЗ «Функции многих переменных»
6.3	6.3. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР 2/2, ИДЗ «Функции многих переменных»
6.4	6.4. Локальный экстремум функций нескольких переменных.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР 2/2, ИДЗ «Функции многих переменных»
6.5	6.5. Неявные функции. Условный экстремум.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР 2/2, ИДЗ «Функции многих переменных»
7	Числовые и функциональные ряды		
7.1	Числовые ряды. Функциональные ряды и последовательности.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР 2/2, ИДЗ «Ряды»
7.2	Степенные ряды. Ряды Тейлора.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	КР 2/2, ИДЗ «Ряды»
7.3	7.3. Ряды Фурье.	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	Домашнее задание
Промежуточная аттестация, 2 семестр			
	Экзамен	ОПК-2(знать, уметь, владеть) УКЕ-1(знать, уметь, владеть)	Экзаменационные билеты

Сокращение КР **/** - контрольная работа номер/семестр; ИДЗ -индивидуальные домашние задания

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы. Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS / Пятибалльная шкала для оценки экзамена / зачета
Высокий Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины	Творческая деятельность	Включает нижестоящий уровень. Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A / Отлично / Зачтено
Продвинутый Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	Включает нижестоящий уровень. Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B / Очень хорошо / Зачтено
			70-84	C / Хорошо / Зачтено
Пороговый Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-69	D / Удовлетворительно / Зачтено
			60-64	E / Посредственно / Зачтено
Ниже порогового	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно / Не зачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
высокий	высокий	высокий
	продвинутый	высокий
	высокий	продвинутый
продвинутый	пороговый	высокий
	высокий	пороговый
	продвинутый	продвинутый
	продвинутый	пороговый
	пороговый	продвинутый
пороговый	пороговый	пороговый
ниже порогового	пороговый	ниже порогового
	ниже порогового	-

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.

Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:

- контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
- контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.

Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале бально-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	Неде- ля	Балл	
		Минимум*	Максимум**
Текущая аттестация	1-16	36	60
Контрольная точка № 1	7-8	18	30
Рейтинговая контрольная работа № 1	7-8	18	30
Контрольная точка № 2	15-16	18	30

Рейтинговая контрольная работа № 2	15-16	15	25
Индивидуальные домашние задания (ИДЗ)	16	3	5
Промежуточная аттестация	-	24	40
Экзамен	-		
Экзаменационный билет	-	24	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

Процедура оценивания знаний, умений, владений по дисциплине включает учет успешности по всем видам заявленных оценочных средств.

Контрольные работы проводятся на практических занятиях.

По окончании освоения дисциплины проводится промежуточная аттестация в виде экзамена, что позволяет оценить совокупность приобретенных в процессе обучения компетенций. При выставлении итоговой оценки применяется балльно-рейтинговая система оценки результатов обучения.

Экзамен предназначен для оценки работы обучающегося в течение всего срока изучения дисциплины и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных обучающимся теоретических знаний и умений, способности приводить примеры практического использования знаний (например, применять их в решении практических задач), приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления.

Оценка сформированности компетенций на экзамене для тех обучающихся, которые пропускали занятия и не участвовали в проверке компетенций во время изучения дисциплины, проводится после индивидуального собеседования с преподавателем по пропущенным или не усвоенным обучающимся темам с последующей оценкой самостоятельно усвоенных знаний на экзамене.

4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

4.1. Экзамен

1. Даны две сходящиеся числовые последовательности $\{a_n\}$ и $\{b_n\}$. Что можно сказать о сходимости последовательностей $\{a_n \pm b_n\}$, $\{a_n b_n\}$, $\left\{\frac{a_n}{b_n}, b_n \neq 0\right\}$?

а) сходятся; б) $\{a_n \pm b_n\}$, $\{a_n b_n\}$ сходятся, $\left\{\frac{a_n}{b_n}, b_n \neq 0\right\}$ расходится; в) все расходятся
 Ответ а)

2. Является ли сходящейся монотонная ограниченная последовательность?

а) расходится; б) имеет верхний и нижний пределы, отличные друг от друга; в) сходится
 Ответ в)

3. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.

а) необходимым и достаточным условием сходимости числовой последовательности является ее монотонность и ограниченность; б) необходимым и достаточным условием сходимости числовой последовательности является ее фундаментальность; в) необходимым и достаточным

условием сходимости числовой последовательности является наличие не менее двух различных предельных точек.

Ответ б)

4. Как соотносятся два определения непрерывности функции в точке:

1) функция непрерывна, если для любой последовательности значений аргумента $\{x_n\} \rightarrow x_0$ при $n \rightarrow \infty$ последовательность значений функции сходится к значению функции в точке

$$\{f(x_n)\} \rightarrow f(x_0), n \rightarrow \infty ;$$

2) функция непрерывна в точке x_0 , если для любого $\varepsilon > 0$ найдется $\delta > 0$ такое, что для всех $|x - x_0| < \delta$ $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$.

а) из первого определения следует второе, но из второго не следует первое; б) из второго определения следует первое, но из первого не следует второе; в) эквивалентны.

Ответ в)

5. Что называют производной функции?

а) производная есть отношение приращения функции к приращению аргумента $\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$; б) производная есть предел отношения приращения функции к приращению аргумента

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x};$$

б) производная есть предел отношения приращения функции к приращению аргумента

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \text{ если он существует.}$$

Ответ в)

6. Как соотносятся понятия непрерывности и дифференцируемости функции?

а) эквивалентны; б) из дифференцируемости следует непрерывность, но не всякая непрерывная функция является дифференцируемой; в) любая непрерывная функция является дифференцируемой.

Ответ б)

7. Укажите свойства неопределенного интеграла

а) $(\int f(x)dx) = f(x)dx$; б) $\int dF(x) = F(x) + C, C = const$; в) $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$; г) $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \int g(x)dx$; д) $\int Af(x)dx = A \int f(x)dx, A = const$

Ответ а), б), в), д)

8. Для каких классов функций существует определенный интеграл:

а) непрерывных на отрезке; б) непрерывных на интервале; в) монотонных ограниченных на отрезке.

Ответ а), в)

9. Функция многих переменных имеет все частные производные, при каких условиях она является дифференцируемой? А) всегда; б) если частные производные являются ограниченными функциями; в) если частные производные являются непрерывными функциями.

Ответ в).

10. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 6n} - \sqrt{n^2 + 2n} \right)$

А) 0; б) 1; в) 2

Ответ в)

11. Найдите точки разрыва функции и определите их характер $y(x) = \frac{x^2 - 4}{|x - 2|}$

А) нет точек разрыва; б) $x=2$, разрыв второго рода; в) $x=2$, разрыв первого рода.

Ответ в)

12. Найти производную $y = (x^2 - 1)^{\operatorname{sh} x}$.

А) $y' = (x^2 - 1)^{\operatorname{sh} x} (\operatorname{ch} x \ln(x^2 - 1) + \operatorname{sh} x \frac{2x}{(x^2 - 1)})$; б) $\operatorname{sh} x (x^2 - 1)^{\operatorname{sh} x - 1}$;

в) $(x^2 - 1)^{\operatorname{sh} x} \ln(x^2 - 1)$.

Ответ а)

13. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^x}{\sin 5x - \sin x}$

А) 2; б) 1; в) 5.

Ответ б)

14. Найти формулу Тейлора для функции $y = \frac{x}{x-1}$ при $x_0 = 2$ до членов

3-го порядка включительно с остаточным членом в форме Пеано

А) $y = 2 - (x - 2) + (x - 2)^2 - (x - 2)^3 + o((x - 2)^3)$;

б) $y = 2 - (x - 2) + \frac{1}{2!}(x - 2)^2 - \frac{1}{3!}(x - 2)^3 + o((x - 2)^3)$;

в) $y = 2 - (x - 2) + (x - 2)^2 - (x - 2)^3 + o((x - 2)^2)$;

Ответ а)

15. Найти интеграл $\int \frac{dx}{\cos x}$

А) $\frac{1}{2} \ln \frac{1+\sin x}{1-\sin x} + C$; б) $\frac{1}{2} \ln \frac{1-\sin x}{1+\sin x} + C$; в) $\ln \frac{1+\sin x}{1-\sin x} + C$

Ответ а).

16. Найти интеграл: $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

А) 1; б) $\frac{7}{3}$; в) $\frac{4}{3}$

Ответ в)

17. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной в полярных координатах $r = 1 + \cos \varphi$

А) $\frac{3\pi}{2}$; б) π ; в) 3.

Ответ а)

19. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{(5n-8)^2} (x-2)^n$.

А) сходится при $|x| < 1$; б) сходится при $1 < x < 3$; в) сходится при $1 \leq x < 3$

Ответ в)

20. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^{n-1}$.

а) $\frac{2-x}{1-x}$, $|x| < 1$; б) $\frac{2-x}{(1-x)^2}$, $|x| < 1$; в) $\frac{1}{1-x}$, $|x| < 1$

Ответ б)

Освоение дисциплины оценивается по стобальной системе, используемой в ИАТЭ НИЯУ МИФИ. Максимальная суммарная оценка за экзамен составляет 40 баллов с учетом того, что максимальная оценка работы в семестре по контрольным точкам составляет 60 баллов.

Описание шкалы оценивания:

- от 90 до 100 баллов – отлично;
- от 70 до 89 баллов – хорошо;
- от 60 до 69 баллов – удовлетворительно;
- менее 60 баллов – неудовлетворительно.